



HERVÉ
LEHNING

**Le livre des
nombres**

Les secrets de la
plus belle invention
de l'humanité

Champs sciences

LE LIVRE DES NOMBRES

DU MÊME AUTEUR
DANS LA MÊME COLLECTION

La Bible des codes secrets
Toutes les mathématiques du monde

Hervé Lehning
avec la collaboration de Xavier Müller

LE LIVRE
DES NOMBRES

Champs sciences

© Éditions Flammarion, Paris, 2021.

© Éditions Flammarion, Paris, 2024, pour cette édition en « Champs ».

ISBN : 978-2-0804-3871-3

Avant-propos

Les autres cathédrales

Vous souvenez-vous du film *Matrix* ? Le scénario mettait en scène un jeune hacker, qui découvrait que la réalité n'était qu'un simulacre. Une organisation de rebelles lui ouvrait les yeux : ils l'amenaient à prendre conscience que nous vivons dans un monde régi par un programme informatique, un univers de nombres. Vous allez sûrement sourire, mais je ne suis pas loin de partager leur avis.

Pour moi aussi, le monde n'est qu'un miroir aux alouettes derrière lequel se cache un infini de nombres. Je ne parle pas là en ma qualité d'ancien professeur de mathématiques en classe de Spéciales, mais en tant que simple quidam. Regardez autour de vous, vous êtes déjà dans la *matrice*. Sur les étals des commerces, les nombres s'alignent sur les étiquettes et font tourner les économies. Quand on bâtit un pont, encore davantage que les piliers de soutènement, ce sont eux (à travers les calculs des architectes) qui confèrent solidité et élan à l'ouvrage. Votre santé même repose sur eux, et sur les colonnes de chiffres souvent cryptiques qui figurent sur le compte rendu d'une analyse sanguine (et en rendent la lecture haletante comme un thriller). Grâce à eux, on envoie des sondes se poser sur Mars à un mètre près. Un slogan pourrait résumer nos sociétés modernes, où les calculs sont rois : tout est nombre.

Comment en sommes-nous arrivés là ? Nous baignons à un point tel dans les nombres que nous avons oublié qu'ils

n'avaient rien d'évident au départ, qu'ils ne sont pas tombés du ciel comme une météorite. D'accord, les animaux possèdent, selon les espèces, une intuition plus ou moins éclairée du concept de nombre. De sa voix nasillarde, Alex, le célèbre perroquet savant qu'a élevé une éthologue américaine, s'exclamait par exemple « six ! » si on lui présentait six cubes. En lui apprenant le mot, la chercheuse avait tourné à son bénéfice une capacité innée, déjà présente, de la créature : dans la jungle ou la savane, savoir estimer les quantités est vital pour apprécier la dangerosité d'un groupe de prédateurs.

Mais nous, les *Sapiens*, avons poussé la notion de nombre jusqu'à des sommets stratosphériques. Les nombres sont le grand œuvre de l'espèce humaine. Quand on se promenait sur le parvis de Notre-Dame de Paris, avant qu'un incendie ne ravage l'édifice, on frissonnait face au monument. Que l'on soit croyant ou non, franchir son portail et sentir subitement la fraîcheur de la nef, c'était pénétrer dans un joyau de la pensée humaine, dans ce qu'elle conçoit de plus grandiose. De même, que l'on soit mathématicien ou non, coucher des chiffres sur le papier, c'est manier le plus puissant outil inventé par l'homme. Le nombre n'est peut-être pas le propre de notre espèce, mais c'est assurément l'une de nos plus grandes réalisations. Pour reprendre les mots du mathématicien du XIX^e siècle Leopold Kronecker : « Dieu a fait les nombres entiers, tout le reste est l'œuvre de l'homme. »

C'est l'histoire de cette fabuleuse conquête de l'intelligence humaine dont ce livre, largement enrichi depuis sa première édition (*L'Univers des nombres*, Ixelles, 2013), se veut un panorama. Ce récit de l'invention des nombres et des concepts attenants aurait pu être tracé de façon linéaire, mais j'ai préféré une autre approche, plus stimulante. Chaque amorce de chapitre sera une invitation au voyage. Vous y ferez la connaissance de nombres qui ont marqué notre histoire récente. Il s'agira d'autant de points de départ, qui nous permettront par la suite de remonter le temps et de partir à la découverte de

Pythagore, des maîtres mathématiciens de la Renaissance ou d'autres figures qui ont apporté leur pierre à cet incroyable édifice – non sans avoir parfois conduit les hommes à revoir leurs conceptions du simple et du mesurable...

Si plus de deux cents ans ont été nécessaires pour bâtir la cathédrale dédiée à la Vierge Marie, l'enfantement des nombres, lui, s'est étalé sur plus de deux mille ans. Cela a été une œuvre collective, le fruit de nombreuses nations. Pour en faire le récit, nous voyagerons des rivages humides de la Mésopotamie au désert de l'Égypte antique. Car cette histoire ne s'est pas faite sans heurt, il a fallu surmonter bien des obstacles, comme inventer des nombres qui semblaient ne pas exister.

Longtemps, en effet, les nombres entiers naturels (un, deux, trois, etc.) ont été les seuls à mériter l'appellation de « nombres ». Leur but était d'estimer en quantité des collections d'objets, comme les moutons possédés par un paysan. Ces nombres, *a priori* simplement utilitaires, ont ainsi acquis une dimension symbolique et magique, avant de devenir l'objet de jeux : nombres parfaits, carrés magiques, etc. L'étonnant est que, des milliers d'années plus tard, ces études sur les nombres aient remporté des succès aussi concrets qu'inattendus, preuve que l'utilité est susceptible de jaillir par hasard et ne se décrète pas forcément !

Les nombres ne seraient rien, ou pas grand-chose, s'ils ne s'accompagnaient des quatre opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication et division) et des instruments pour les exécuter : abaques, bouliers, algorithmes, calculettes et autres ordinateurs. Ces opérations ont conduit à considérer « zéro » comme un nombre, ce qui ne se fit pas sans mal. Car que signifie compter l'absence ? Les nombres négatifs ont suivi cette invention, puis les nombres rationnels et enfin ceux que l'on dit « réels », puisqu'ils nous permettent de mesurer et pas seulement de compter.

Plus éloignés encore des entiers, certains nombres, comme celui que l'on note π (et qu'on prononce pi) ne s'expriment pas par des formules standards. De façon étonnante, cela n'empêche pas que l'on soit aujourd'hui capable de les calculer avec des précisions hallucinantes : des milliards de décimales ! S'élançer dans l'exploration de ce paysage numérique infini paraît futile. Quel acharnement quand deux décimales (3,14) suffisent pour les besoins usuels et une douzaine (3,141 592 653 589) pour les exigences les plus sophistiquées ! Quelle fièvre brûle le front des mathématiciens se livrant à cet exercice ? Le goût de la prouesse ? L'espérance de découvertes mathématiques ? Les deux sans doute.

De nos jours, les nombres ont conquis bien des domaines, mais peut-on tout mesurer ? La richesse, la pauvreté, le bonheur, les émotions, l'affinité, etc. sont-ils quantifiables, comme certains l'affirment ? De même, est-il envisageable de tout prévoir ? Le temps qu'il fera demain, celui du siècle prochain, les crises financières, le nombre de victimes d'une épidémie, etc. ? J'évoquerai au fil des pages ces questions, qui dépassent les mathématiques traditionnelles.

Je m'en voudrais d'oublier l'aspect ludique des nombres. En conséquence, ce livre contient des jeux répartis dans le texte, en général sous forme de QCM, les réponses étant réunies en fin de volume. Elles peuvent être trouvées grâce à des raisonnements mathématiques, mais aussi être perçues intuitivement.

Au Moyen-Âge, l'érection des cathédrales gothiques envoyait au diable les limites de la géométrie euclidienne classique. En remettant en question les dogmes passés, on cherchait à élever l'âme. Les mathématiciens qui ont œuvré à l'invention de l'univers des nombres ont emprunté la même voie, celle de bâtisseurs des fondations sur lesquelles s'est construite notre civilisation. Ainsi, ce n'est pas une simple aventure, grande et épique, que je vais vous raconter, c'est aussi une part de notre histoire à tous.

Chapitre 1

Grandeur et décadence des nombres

Ne nous voilons pas la face : nous sommes accros aux nombres. Vous, moi, les ingénieurs de la NASA comme les architectes chargés de la restauration de la cathédrale Notre-Dame. La preuve ? Alors que j'écris ces lignes, le quotidien du jour est posé négligemment sur un coin de mon bureau. Quelques titres au hasard : « Un squelette de T-Rex vendu 31,8 millions de dollars », « Quatre ans de prison pour le casse du siècle à la pointe du stylo », « En pleine épidémie de Covid-19, la crainte d'une pénurie de vaccins... » D'accord, je n'ai pas écrit ces articles moi-même, mais quand je raconterai ma journée à ma compagne ce soir, il se peut tout à fait que je les reprenne à mon compte, et je parie que vous en feriez de même : « Au fait, sais-tu combien vaut un fossile de T-Rex ? »

Avant d'aborder le cœur du sujet qui nous préoccupe – comment l'humanité est passée du stade où elle comptait avec ses doigts à celui où elle calcule dans des espaces infinis à dix dimensions –, il me semble utile de m'arrêter en préambule sur l'ambivalence que nous entretenons à l'égard des nombres. S'ils sont l'un des outils les plus fabuleux inventés par notre espèce, comme je l'ai souligné plus haut, ils peuvent être aussi des cache-misères, des figures familières et rassurantes destinées à combler un manque. Laissez-moi m'expliquer.

Il y a une bonne raison qui nous pousse à recourir si fréquemment aux nombres : leur redoutable efficacité. Nous n'avons pas encore trouvé mieux pour résoudre des problèmes d'ingénierie. Peut-être des extraterrestres ont-ils développé un moyen de concevoir une navette spatiale sans employer de nombres (en se forgeant une intuition toute-puissante, qui afficherait dans leur cerveau le résultat fini, par exemple), mais nous, modestes Terriens, devons nous coltiner des kilomètres de calculs et d'équations pour voir enfin jaillir l'étincelle du savoir. Les exemples abondent pour illustrer l'incroyable efficacité des nombres, mais continuons avec le domaine du spatial, puisque nous y sommes. Vous vous souvenez du suspense hâlant que nous avons vécu avec la sonde *Rosetta*, n'est-ce pas ?

Rencontre du troisième type

En 2014, parvenue aux confins du Système solaire, la sonde *Rosetta* se plaçait en orbite autour d'un gros caillou en forme d'haltère, répondant au nom barbare de Tchourioumov-Guérassimenko. Tel un rapace lâchant sa proie, l'engin ne tarda pas à larguer un petit module qui alla se poser à la surface de l'astre rocheux, afin d'y mener des analyses *in situ*. Sur Terre, une ardente ferveur, rappelant le premier pas sur la Lune, animait tous ceux qui suivaient l'événement à la télévision ou à la radio. Pour la première fois, un engin façonné de la main de l'homme gravitait autour d'une comète. L'Histoire s'écrivait (presque) en direct sous nos yeux...

En tout cas, cette rencontre extraterrestre signait un nouveau succès de la conquête spatiale et une preuve éclatante de la précision des calculs de trajectoire auxquels les ingénieurs des agences spatiales sont rompus. Les circonvolutions auxquelles s'est livrée *Rosetta* pour parvenir à destination donnent le tournis : elle a parcouru quatre orbites autour du Soleil, a frôlé deux planètes (la Terre et Mars) pour « ricocher » dessus, et a traversé deux fois la



Vue de la comète « 67P/Tchourioumov-Guérassimenko », à partir d'images enregistrées par *Rosetta* en septembre 2014. La sonde se situait alors à 28 kilomètres de l'astre, après un périple de 6 milliards de kilomètres à travers le Système solaire.

ceinture d'astéroïdes qui précède Jupiter. Toutes ces péripéties l'ont amenée, au terme d'un périple de 6 milliards de kilomètres ayant duré dix ans, sur un fragment d'éternité de 4 kilomètres de diamètre. Une précision chirurgicale à l'échelle du Système solaire.

Le chef d'orchestre de cette partition complexe ? Le Centre des opérations spatiales de l'ESA, à Darmstadt en Allemagne. Avec ses dizaines d'écrans bardés de chiffres, il ressemble à n'importe quel centre de contrôle au sol. De tels temples dédiés aux nombres, l'homme en a érigé dans tous les pays pour surveiller de multiples activités, essentielles à nos vies. À Wall Street, les traders grouillent telles des fourmis autour de moniteurs

affichant les cours du pétrole et de la banane au Costa Rica. À Toulouse, ce sont les ingénieurs de Météo France qui tentent de lire l'avenir dans des litanies de chiffres...

À vous de compter

Les sept cars de Sète

Sept cars pleins aux deux tiers partent de Sète. À Troyes, un quart des passagers descend de chaque car. Peut-on mettre les trois quarts restants dans trois cars ?

Réponse : a) oui ; b) non.

À l'assaut de l'esprit humain

Leur efficacité n'est pas l'unique raison qui nous pousse à utiliser les nombres. Ils représentent tout simplement le moyen d'objectiver la réalité. Un ingénieur a dit un jour : « L'ingénierie est faite avec des nombres. L'analyse sans les nombres est seulement une opinion. » La confiance que nous plaçons dans les nombres est telle que nous mesurons avec eux des quantités comme l'intelligence, moins tangibles que les cours de la Bourse. Les tests de quotient intellectuel ont été créés dans le cadre de l'instruction obligatoire. En 1904, le ministère de l'Instruction publique chargea Alfred Binet (1857-1911) d'imaginer un outil pour identifier les enfants susceptibles de rencontrer des difficultés scolaires. L'échelle psychométrique que le psychologue construisit visait à un diagnostic rapide d'un éventuel retard mental en comparant les performances de l'enfant à celles typiques de sa classe d'âge.

À l'époque, les tests de QI n'étaient pas destinés à la sélection, mais au contraire à aider les enfants en difficulté. Binet lui-même notait d'ailleurs l'influence de la culture familiale sur les résultats des tests et, quand on lui demandait une définition de l'intelligence, il répondait non sans humour :



SYNBERG PHOTO-GRUVURE CO., CHICAGO

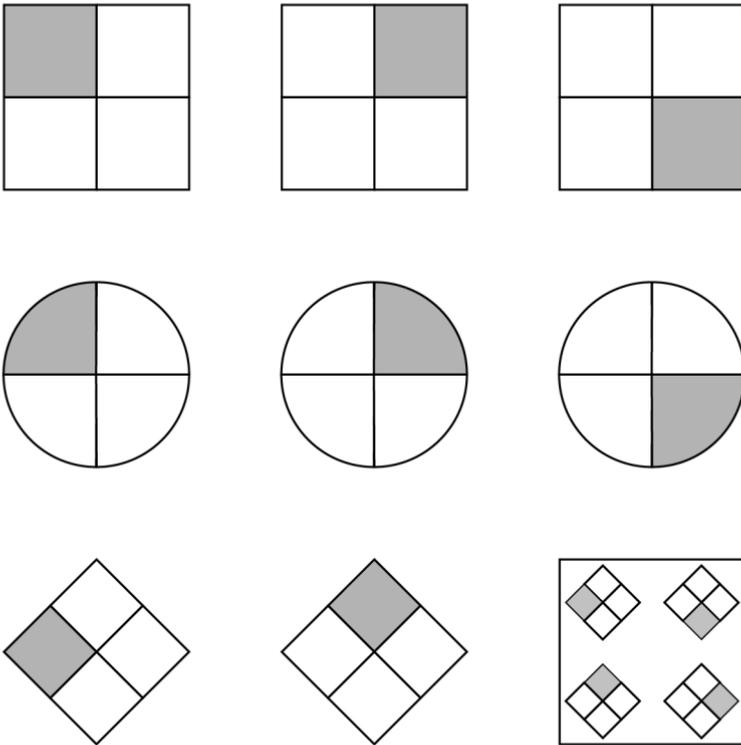
COPYRIGHT 1898 BY THE OPEN COURT PUBLISHING CO., CHICAGO

ALFRED BINET

BORN AT NICE, JULY 8, 1857

Alfred Binet, l'inventeur du quotient intellectuel (QI) comme moyen de détecter un éventuel retard mental.

« L'intelligence est ce que mesurent mes tests. » La notion de quotient intellectuel découle des études de Binet, mais a été fixée précisément par Wilhelm Stern (1871-1938) comme le rapport entre l'âge mental d'un enfant et son âge physique... d'où le terme de « quotient ». Un QI de 100 correspond donc à un enfant normal. Un enfant de QI 120 ayant dix ans a l'« âge mental » d'un jeune de 12 ans. Quelles compétences cognitives d'un enfant les tests de QI mesurent-ils ? Ses capacités langagières, son raisonnement dans des problèmes de géométrie élémentaire ou de logique, notamment.



Exemple de test de QI actuel. Il s'agit de choisir la figure du dernier carré, qui complète les précédentes. Ce type de test privilégie les compétences logiques et mathématiques.

Jusqu'en 1939, le QI est resté cantonné à la mesure de l'âge mental des enfants. C'est David Wechsler (1896-1981) qui, le

premier, mit au point un test dédié aux adultes. La définition donnée ci-dessus n'ayant aucun sens dans ce cadre (un adulte n'a pas d'« âge physique »), David Wechsler eut recours à un subterfuge. La répartition du QI des enfants suivant une courbe en cloche de moyenne 100 et d'écart-type 15 (voir la figure ci-après, où l'écart-type correspond en gros à une demi-largeur du pic central), il supposa qu'il en était de même pour les adultes et étalonna ses tests pour qu'il en soit effectivement ainsi ! Là aussi, un individu ayant un résultat de 100 se voyait gratifier d'une intelligence moyenne.

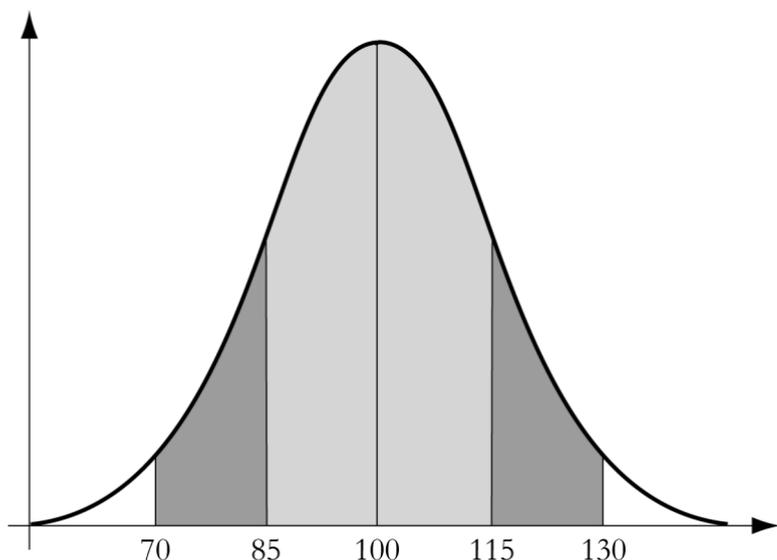
Les tests actuels dérivent de ceux de Wechsler.

À la différence de ceux imaginés par Binet, les tests de QI modernes sont plutôt destinés à détecter des personnes à haut potentiel intellectuel, ou du moins que l'on croit telles. Les enfants ou adultes qualifiés de hauts potentiels possèdent, selon un critère purement arbitraire, un QI supérieur à 130. Ils représentent 2 % de la population. Les enfants à haut potentiel s'ennuieraient davantage à l'école et développeraient en conséquence certains troubles du comportement, d'où l'intérêt de les identifier.

Il peut paraître étrange et faux de vouloir résumer une personne à un seul nombre, mais les psychologues justifient le bien-fondé du QI en arguant que toutes les compétences qu'ils mesurent sont en moyenne corrélées les unes aux autres, c'est-à-dire qu'une personne ayant une grande richesse de vocabulaire (richesse langagière) aura *tendance* à obtenir de bons scores dans les catégories de logique, par exemple. Même pour évaluer l'efficacité de l'esprit humain, les nombres conservent leur pertinence.

Le bonheur est dans le nombre

Le quotient intellectuel a été la première incursion des nombres dans le domaine de la psychologie. Depuis, cette approche a fait florès, si bien qu'aujourd'hui, rien ne paraît



Courbe en cloche de la répartition du QI dans la population. La moyenne est égale à 100 et l'écart-type à 15, ce qui signifie que 34 % des cas sont situés entre 100 et 115 (et symétriquement entre 85 et 100), et que 14 % des cas sont situés entre 70 et 85 (et symétriquement entre 115 et 130).

pouvoir arrêter l'inexorable incursion des nombres dans la sphère sociale, même si cela amène les chercheurs et les journalistes sur des terrains accidentés... À partir de quels revenus est-on riche ? Voilà l'exemple typique de question, propice aux discussions sans fin, à laquelle les chercheurs en sciences sociales ont tenté d'apporter une réponse construite et objective à l'aide des nombres. Comment ont-ils procédé ? En fixant des seuils. Par exemple, en France, certains économistes estiment qu'un ménage sans enfant est riche à partir de 4 000 € de revenu mensuel et 400 000 € de patrimoine. Pour parvenir à ce seuil, les chercheurs ont analysé la répartition des revenus dans la population, qui est aussi une courbe en cloche comme le QI, puis ont attribué le qualificatif de « riches » aux 8 % des personnes les plus fortunées.

Évidemment, ce choix est arbitraire et contestable. Faut-il comprendre qu'un euro seulement sépare le riche du non-riche ? Toutes les tentatives de définition de ce type se heurteront à cette absurdité. Mesurer la richesse individuelle est donc un exercice périlleux. Il semble plus simple pour un pays. On dispose alors d'un indice solide : le « produit intérieur brut », ou PIB. Il s'agit de la mesure du revenu provenant de la production dans un pays donné. Son calcul est donc purement comptable. En divisant le PIB par le nombre d'habitants, on obtient le PIB par habitant, que l'on emploie souvent comme une mesure du niveau de vie d'un pays.

Cet indice est critiqué par un grand nombre d'économistes, car il est exclusivement monétaire. Il n'intègre pas notamment le fait que, dans certains pays, on mange très bien pour quelques euros. Il ne tient pas compte non plus du travail bénévole, qui contribue pourtant au niveau de vie. Il ignore tout ce qui fait le sel de la vie, comme le formulait Robert Kennedy en mars 1968, alors qu'il était candidat à la présidence des États-Unis :

« Le PIB ne tient pas compte de la santé de nos enfants, de la qualité de leur instruction, ni de la gaieté de leurs jeux. Il ne mesure pas la beauté de notre poésie ou la solidité de nos mariages. Il ne songe pas à évaluer la qualité de nos débats politiques ou l'intégrité de nos représentants. Il ne prend pas en considération notre courage, notre sagesse ou notre culture. Il ne dit rien de notre sens de la compassion ou du dévouement envers notre pays. En un mot, le PIB mesure tout, sauf ce qui fait que la vie vaut la peine d'être vécue. »

Comme le sous-entend cet extrait, l'exercice de quantification devient vraiment délicat quand on veut mesurer le bonheur, et le résumer en un seul chiffre. Une telle évaluation est-elle possible ? C'est ce que veulent croire les dirigeants du Bhoutan, qui ont créé un indice *ad hoc*, le Bonheur national brut. Il repose sur quatre principes fondamentaux : croissance et développement économiques, conservation et promotion de

la culture bhoutanaise, sauvegarde de l'environnement – à savoir utilisation durable des ressources – et bonne gouvernance responsable. Ces axes sont évalués à travers 72 mesures. Les résultats sont pour finir pondérés afin d'obtenir un seul nombre, aussi cet indice prête-t-il le flanc à la même critique que tous les systèmes de notation.

L'exercice est rendu encore plus difficile quand la population d'un pays est hétérogène. Le bonheur des uns fait parfois, hélas, le malheur des autres... Ainsi la culture bhoutanaise pousse-t-elle à l'exclusion de l'étranger, ce qui a généré un fort ostracisme, ces quarante dernières années, envers la communauté d'origine népalaise qui vit dans le pays. Pour éviter ce type de chausse-trappes, d'autres calculs du bonheur ont été proposés qui mélangent, avec une pondération compliquée, économie, environnement, santé physique, santé mentale, bien-être au travail, bien-être social et santé politique. Même si certains critères peuvent être évalués d'une manière qui semble objective en comptant le nombre de plaintes au travail, le nombre de divorces, la quantité d'antidépresseurs consommés, etc., on peut douter du bien-fondé de tels calculs. Vouloir résumer le bonheur en un seul nombre montre plutôt la fascination qu'exercent les nombres sur l'esprit de nos contemporains...

À vous de compter

Les triangles

Combien d'allumettes faut-il pour construire quatre triangles équilatéraux de côté une allumette ?

Réponse : a) 12 ; b) 9 ; c) 6.

La mathématique des émotions

La même critique peut être adressée aux mesures d'affinité psychologiques auxquelles se livrent certains sites de rencontres. Ces sites tombent dans l'excès à vouloir tout réduire

à un nombre. Leur logique publicitaire est simple : « L'harmonie dans un couple est question d'affinités et cette entente est mesurable comme l'est 1 kilo de beurre. » Certes, mais comment la mesurer ? Cette estimation est faite au moyen de tests psychologiques, où les candidats à Cupidon doivent répondre par une note s'échelonnant généralement de 1 à 10. Le problème posé par ces tests est, en premier lieu, que l'étalement est laissé à la discrétion de chacun. Par ailleurs, ils sont fondés sur la déclaration de l'individu. Il est ainsi peu probable qu'une personne cherchant l'âme sœur fasse étalage de ses défauts et se déclare infidèle, orgueilleux, querelleur, jaloux, etc. En définitive, ces tests déclaratifs n'ont vraiment de valeur que pour les questions matérielles comme l'âge, le niveau d'études, la consommation de tabac ou d'alcool.

La publicité est un autre secteur où les nombres se livrent parfois à un abus de pouvoir. Les émotions jouent un rôle important dans les choix des personnes, par exemple pour déclencher un acte d'achat. La publicité l'a bien saisi, et c'est ainsi qu'un constructeur automobile n'a pas craint de recourir à ce slogan : « Soyez raisonnable, faites-vous plaisir. » Mais comment mesurer quelque chose d'aussi impalpable qu'une émotion ? La première et évidente solution consiste à effectuer des études marketing où les personnes interrogées évaluent elles-mêmes leur degré de plaisir ou de déplaisir, de gêne, d'enthousiasme, etc., en face de tel ou tel produit. Il est en outre possible de tenter de prendre des mesures du pouls des consommateurs, ou d'un autre paramètre physiologique, devant chaque situation, et ainsi de sonder de façon plus objective leur ressenti.

À vous de compter

La suite

16, 33, 45... Quel est le nombre suivant ?

Réponse : a) 74 ; b) 78.

La langue des chiffres

Dans un temps pas si lointain que cela, le latin constituait l'idiome roi. Dans les pièces de Molière, les médecins asseyaient leur prestige et leur pouvoir sur quelques mots vaguement, très vaguement, latins. À l'époque, cette langue déjà morte depuis longtemps était la marque des savants et des puissants. Tous l'ignoraient à des degrés divers, mais s'exprimer en latin conférait une certaine aura, et le peuple envoûté ne pouvait répondre à un argument s'il était énoncé dans cette langue. Le latin expliquait le monde, tout en étant incompréhensible, donc incontestable par le commun des mortels.

Dans notre monde occidental, la langue des chiffres a remplacé le latin. Même envoûtement sans compréhension ni possibilité de contestation. Si Molière vivait de nos jours, il s'amuserait sans doute de certains débats autour de pourcentages que nul ne semble suivre... tandis que personne n'ose le dire. Imaginons un homme politique affirmant à un débat télévisé : « Monsieur, vous avez augmenté les impôts de 20 %, nous les rétablirons en les baissant de 20 % ! » Son adversaire passera sans doute pour un extraterrestre s'il fait remarquer que cela ne correspond pas à un rétablissement mais finalement à une baisse. En effet, si on multiplie les impôts par 1,2, ce qui correspond à l'augmentation de 20 %, pour les multiplier ensuite par 0,8 (la baisse de 20 %), nous les avons finalement multipliés par $1,2 \times 0,8$, soit 0,96... soit une baisse finale de 4 %.

Dans un autre style, voici un discours *a priori* très convaincant :

« La part de la richesse produite détenue par les 1 % les plus riches est passée de 7 à 9 % entre 1982 et 2006. À l'inverse, les bas salaires ont, eux, stagné et, sur 25 ans, la hausse du SMIC net réel demeure bien inférieure à celle des gains de productivité moyens. »

À la première lecture, il semble très précis, tout est chiffré : 1 %, 7 à 9 %, etc. À la seconde lecture, on s'aperçoit que tout est flou. Par exemple, le rédacteur a mis en parallèle les 1 % les plus riches et les bas salaires. Ces plus riches sont-ils « les plus hauts salaires » ou « les plus grosses fortunes » ? Sur le fond, cela n'a guère d'importance, l'idée véhiculée est claire, mais que viennent faire ces chiffres dans l'affaire ? La réponse est la même que pour les médecins de Molière. Le rédacteur de ce texte a voulu s'auréoler du prestige d'une science qui lui semble étrangère. Nous voyons par cet exemple, que nous aimerions imaginaire, que les chiffres ont bien pris la place autrefois occupée par le latin...

Des exemples d'usage frauduleux des nombres, ou au mieux naïf, j'en entends presque toutes les semaines. J'imagine que c'est le prix à payer de la toute-puissance de ce drôle de concept, né il y a 4 500 ans sur les rives de l'Euphrate et du Tigre. C'est aussi cela, le génie des nombres : faire perdre la tête aux hommes.

À vous de compter

Trois fois cinq font deux

On dispose de trois 5 et des quatre opérations. Peut-on obtenir 2 comme résultat ?

Réponse : a) oui ; b) non.

Chapitre 2

La naissance des nombres

Comment l'aventure humaine des nombres a-t-elle commencé ? Sont-ils apparus à l'aube de l'humanité ? Ont-ils fait partie de notre kit de survie de chasseur-cueilleur, rangés aux côtés du silex et du feu ? Je crains, hélas, que cette amorce de l'histoire ne nous soit à jamais inaccessible, mais, grâce aux études en éthologie, nous avons tout de même une certitude : la notion de nombre préexistait à la lignée humaine. Les preuves se sont accumulées de l'extraordinaire faculté de certains animaux à manipuler des nombres.

Dans son livre *Le Nombre, langage de la science*, paru en 1930 dans sa version anglaise, le mathématicien américain Tobias Dantzig (1884-1956) rapporte, par exemple, une étonnante histoire de corbeau sachant compter. Un châtelain avait résolu de tuer un corbeau qui avait fait son nid dans la tour de guet de sa demeure. À plusieurs reprises, il avait essayé de surprendre l'oiseau, mais, à chaque fois, le corbeau quittait son nid, se postait sur un arbre voisin et revenait quand l'homme avait quitté la tour. De guerre lasse, le châtelain eut recours à une ruse : il fit entrer deux hommes dans la tour. L'un devait sortir, tandis que l'autre avait pour mission d'abattre l'oiseau. L'oiseau ne s'y trompa pas : il attendait pour revenir que le second fût parti à son tour ! Les jours suivants, on recommença l'expérience avec deux, trois, quatre hommes, toujours sans succès. Finalement,

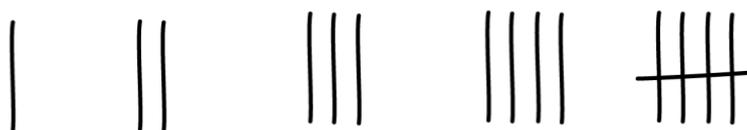
avec cinq hommes, le corbeau perdit le compte et regagna son nid, ce qui lui coûta la vie...

Pour prendre un exemple plus récent, une équipe de biologistes de l'université de Washington a démontré en 2005 que la mésange à tête noire codait dans son chant la présence et la dangerosité d'un prédateur. Comme beaucoup d'animaux, les mésanges s'avertissent mutuellement de l'irruption d'un ennemi, tel un faucon, dans leur périmètre. Elles produisent alors un cri d'alarme possédant un motif sonore qui se répète. Or les biologistes ont montré que la quantité de répétitions reflète le niveau de danger du prédateur. Observé aussi chez les primates ou encore les dauphins, l'instinct du nombre semble ubiquitaire dans le monde animal.

Pourquoi le corbeau de Tobias Dantzig avait-il séché à partir de cinq ? Peut-être y a-t-il une raison fondamentale à cette limitation, une raison qui franchirait la barrière des espèces ? En effet, ce seuil correspond à notre propre capacité humaine instinctive. Examinez cette suite de bâtons : I, II, III, IIII, IIIII, IIIIII. Jusqu'à quatre, vous devez pouvoir en donner le nombre sans compter. Au-delà, vous êtes normalement obligé de les subdiviser en plusieurs parties pour trouver le total.

Il m'est arrivé de participer au dépouillement le soir d'élections. Souvent les scrutateurs décomptaient les voix en ajoutant un bâton près du nom du candidat. Arrivés à quatre, ils barraient les quatre tiges pour signifier cinq. Ils pouvaient aussi dessiner progressivement un carré puis une de ses diagonales. La quantité cinq a l'air de nous rendre sacrément service quand il s'agit de compter. Notez que l'armée française, elle, arbore ses galons d'officiers en les groupant par trois : I, II, III, III I et III II.

Cette limite de notre perception naturelle pourrait être à l'origine des règles grammaticales du grec ancien, où les nombres se déclinaient jusqu'à quatre, mais étaient ensuite invariables, comme s'ils changeaient alors de nature. Certaines langues ne permettent pas d'aller au-delà de cinq. Les Indiens

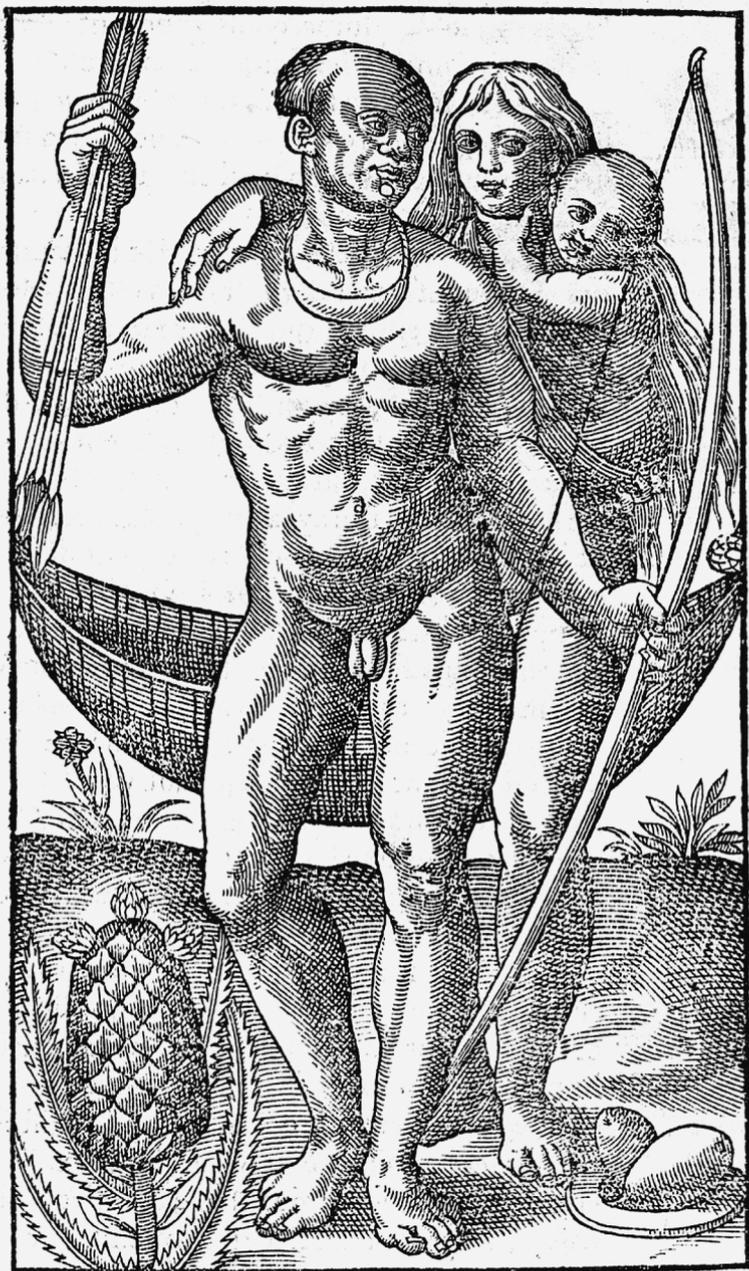


Décomptes tels qu'ils sont souvent pratiqués les soirs d'élection : les quatre premiers nombres sont représentés par des bâtons verticaux ou disposés en carré, le cinquième clôt ce premier groupe. En bas, galons des officiers dans l'armée française.

topinamboux (ou tupinambas) vivent aujourd'hui à l'état de relique dans la forêt amazonienne. Quand le pasteur Jean de Léry partit les évangéliser au XVII^e siècle, il raconta (dans un ouvrage intitulé *Histoire d'un voyage fait en la terre du Brésil*) que, pour évoquer des quantités avec ce peuple, « on leur pourra nombrer en paroles jusques au nombre de cinq [...] mais s'ils ont passé le nombre de cinq, il faut que tu monstres par tes doigts ». Dit autrement, les Topinamboux n'avaient tout simplement pas de terme pour désigner des nombres dépassant cinq.

Le bâton des victoires

Un hominidé comptant sur ses doigts, au milieu de la savane : l'événement a probablement constitué l'acte de naissance de la grande aventure des nombres. J'en profite pour glisser qu'utiliser ses mains ne restreint pas du tout le décompte à 5 ou 10.

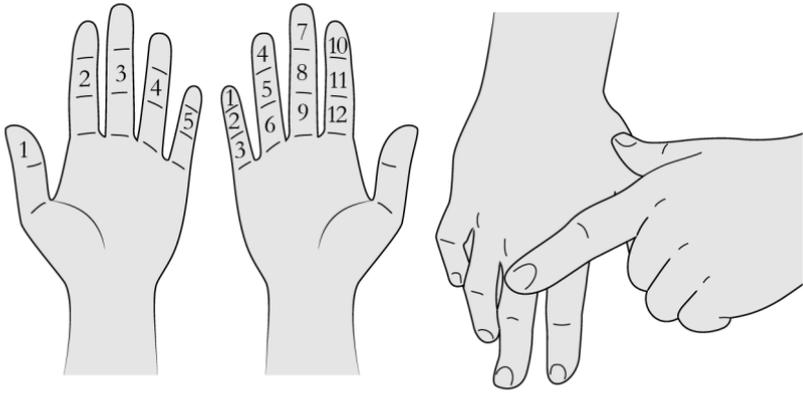


En comptant non pas les doigts, mais les phalanges, on peut aller bien au-delà. Avec 3 phalanges à chaque doigt (en comptant le premier métacarpien comme une phalange, dans le cas du pouce), il est possible d'atteindre 15 avec une main et 30 avec deux.

De telles méthodes de comptage peuvent être largement raffinées à l'aide de combinaisons des deux mains. Peut-être d'ailleurs faut-il y voir l'origine de l'usage de la base 60, qui a été celle des Babyloniens et sur laquelle nous reviendrons. Pour ce faire, il suffit d'utiliser les doigts d'une main (la gauche par exemple) pour indiquer le nombre de douzaines et ceux de l'autre main pour les nombres de 1 à 12. Grâce à une logique multiplicative, coder avec ses doigts le nombre 60 est aisé.

Malgré la richesse de pareilles méthodes, à un moment donné, nos lointains ancêtres se sont nécessairement heurtés aux limites de notre corps et, mus par diverses raisons, ont dû chercher à étendre leur capacité de comptage. Comment ont-ils procédé ? Les plus anciennes traces archéologiques accessibles allant dans ce sens sont ce qui semble être des bâtons de comptage. Vers 35 000 ans avant notre ère apparaissent, en effet, des os sur lesquels des hommes ont pratiqué des entailles.

◀ Famille tupinamba, gravure extraite de l'*Histoire d'un voyage fait en la terre du Bresil* de Jean de Léry. « On leur pourra nombrer par paroles jusques au nombre de cinq, en les nommant ainsi : *Augé-pé* 1, *mocouein* 2, *mossaput* 3, *oioicoudic* 4, *ecoinbo* 5, Si tu en as deux, tu n'as que faire d'en nommer quatre ou cinq. Il te suffira de dire *mocouein* de trois et quatre. Semblablement s'il y en a quatre tu diras *oioicoudic*. Et ainsi des autres : mais s'ils ont passé le nombre de cinq, il faut que tu monstres par tes doigts et par les doigts de ceux qui sont aupres de toy, pour accomplir le nombre que tu leur voudras donner à entendre, et de toute autre chose semblablement. Car ils n'ont autre maniere de conter. »



Les nombres de 1 à 5 ou de 1 à 12 sur les doigts d'une seule main (à gauche). Les mains (à droite) désignent : $2 \times 12 + 8 = 32$, 2 pour l'index gauche, et 8 pour la phalange médiane du majeur de droite.

Quel objectif poursuivaient-ils ? Que cherchaient-ils à compter ? Des proies tuées ? Des membres de leur clan ? Il est permis de penser que ces stries constituaient des marques de victoires, autrement dit le propriétaire du bâton y dressait le macabre bilan de ses ennemis tués. Pendant la Seconde Guerre mondiale, les aviateurs faisaient bien apposer sur le fuselage de leur appareil autant de drapeaux ennemis que d'avions abattus.

Quoi qu'il en soit, la découverte de ces os laisse penser que l'invention des nombres est le fait d'*Homo sapiens*, l'espèce dont nous faisons partie et qui était le seul hominidé vivant à cette époque. En Europe, Néandertal venait en effet de rendre son dernier souffle. Avait-il connu les nombres ? Aucun vestige archéologique ne l'indique à ce jour.

Face au sens à donner à ces stries, je suis toutefois obligé de faire mon rabat-joie. Un témoignage préhistorique est toujours délicat à interpréter, comme le montrent les dessins de la grotte de Lascaux, datés de 15 000 ans avant notre ère environ. On y voit des animaux entourés de symboles ressemblant à des peignes, à des bâtons de comptage stylisés. Les artistes préhistoriques procédaient-ils pour autant à une énumération d'objets

ou de choses immatérielles ? C'est loin d'être avéré. Prudence, donc.



Un cheval à Lascaux. Comment interpréter le symbole dessiné au-dessus de la nuque du cheval ? Un instrument pour le mettre à mort ? Un compte ? Le symbole d'un chasseur ? Difficile d'être affirmatif...

Même si on admet que les marques sur les os servaient à compter, savoir ce que les *Sapiens* comptaient relèvera à jamais de la gageure. Dans *L'Afrique compte !*, Claudia Zaslavsky (une professeure de mathématiques qui s'est intéressée à l'histoire de sa discipline en Afrique) rapporte une pratique surprenante, adoptée par les femmes chaggas, qui vivent sur les pentes du Kilimandjaro. Victimes de violences domestiques, ces femmes ont une étrange façon de décider quand la coupe est pleine :

« La femme chagga, qui dénoue des nœuds en attendant le retour de son mari, garde mémoire du nombre de coups qu'il lui donne en entaillant la cuillère qu'elle utilise pour faire la cuisine. Quand il n'y a plus de place sur la cuillère, elle estime qu'il est temps de demander le divorce. »